BORRADOR e INCOMPLETO

Tabla de contenido

de

AP Sakis Meliopoulos y George J. Cokkinides

Retransmisión, teoría y aplicaciones del sistema de potencia

Conoce tu física y el resto seguirá (RK Kalman)

Capítulo 3

Modelado para retransmisiones de sistemas de potencia Análisis

3.1 Introducción

El sistema de energía comprende generadores, transformadores elevadores / reductores, autotransformadores, líneas de transmisión (aéreas o subterráneas que operan a varios niveles de kV), reactores, condensadores, líneas de distribución, equipos de uso final (clientes), motores, etc. Por ejemplo, la Figura 3.1 ilustra una visualización artística de los sistemas de energía y la Figura 3.2 ilustra los sistemas de distribución típicos (servicios públicos) y equipos de uso final (clientes). El sistema de energía ilustrado y los sistemas de distribución de voltaje medio son diseños típicos de las empresas de servicios públicos estadounidenses para suministrar energía eléctrica a clientes comerciales, residenciales e industriales.

Cualquier método de análisis de sistemas eléctricos debe poder modelar y analizar sistemas similares a los ilustrados en las Figuras 3.1 y 3.2. Los fenómenos a analizar en estos sistemas son numerosos, es decir, frecuencia de potencia, armónicos, transitorios dinámicos, transitorios de conmutación, transitorios de relámpago, transitorios de corriente de entrada, etc. Cada uno de estos fenómenos puede incluir diferentes espectros de frecuencia. Los modelos a utilizar deben reproducir la respuesta del sistema a estos fenómenos con alta fidelidad. En este capítulo examinamos técnicas de modelado para varios componentes del sistema de energía que brindan esta capacidad.

Los diversos componentes del sistema de energía eléctrica que deben modelarse son:

Lineas de transmisión
Transformadores
Generadores
Máquinas de inducción
Condensadores
Reactores
Convertidores
Accionamientos de velocidad ajustable
Fuentes de alimentación
etc.

Algunos de los componentes del sistema de potencia son lineales, es decir, no distorsionan el voltaje y la corriente aplicados mientras que otros lo hacen, es decir, introducen distorsión de la forma de onda, como convertidores, variadores de velocidad, fuentes de alimentación, transformadores, etc.

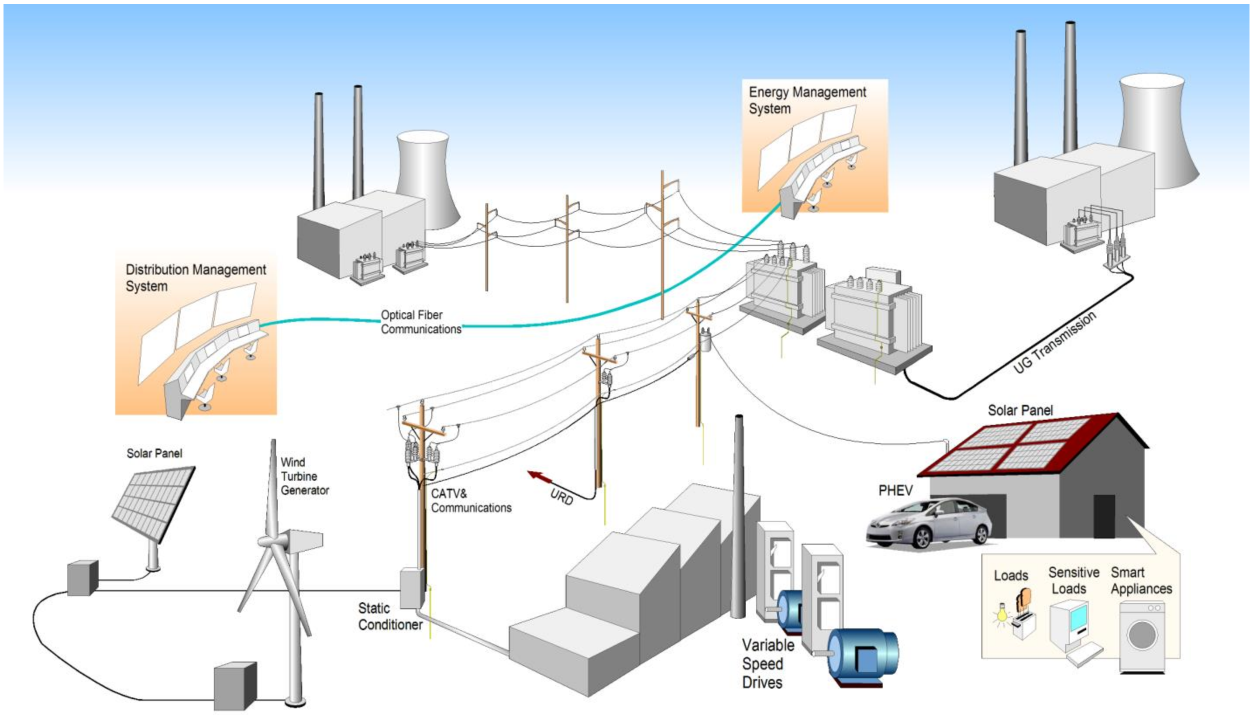


Figura 3.1: Un sistema de energía que comprende generación, transmisión y distribución - Aéreos y subterráneos

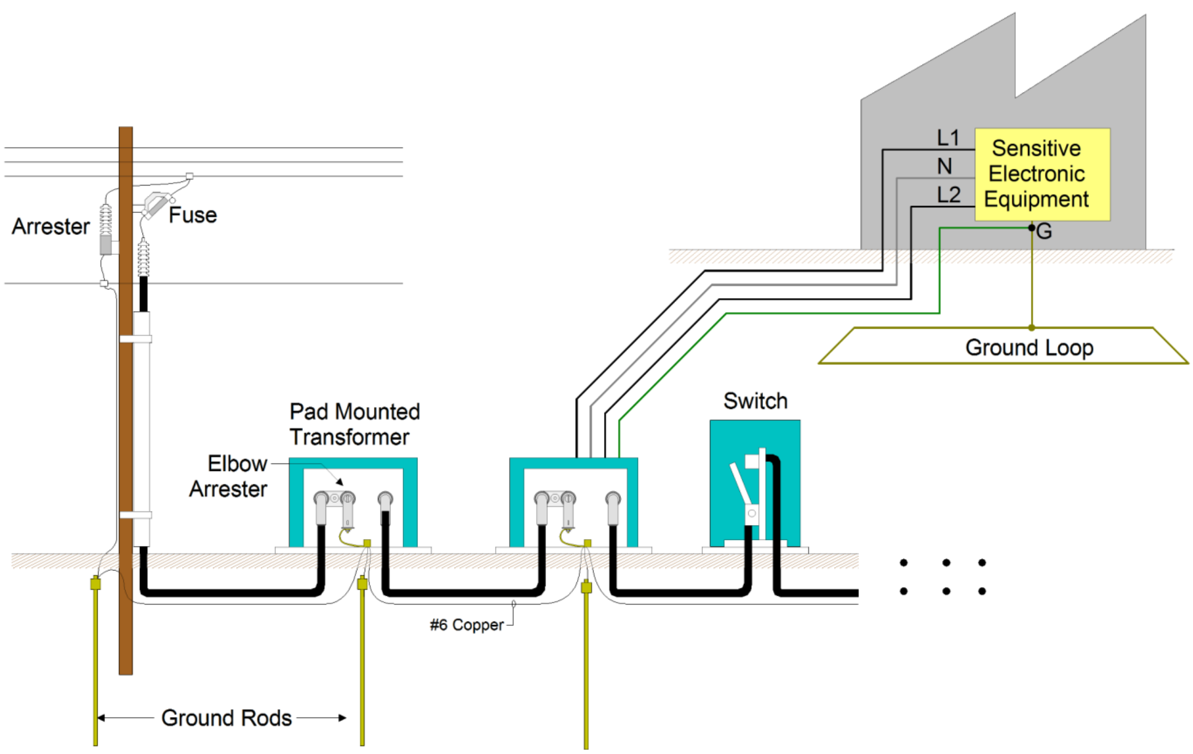


Figura 3.2: Sistemas de distribución aéreos y subterráneos típicos

Aludimos al hecho de que los modelos de componentes deberían reproducir la respuesta de los componentes a entradas y fenómenos específicos con alta fidelidad. Es importante reconocer que la selección del modelo apropiado depende de los fenómenos a estudiar. Por ejemplo, para estudiar los fenómenos de frecuencia industrial en un transformador, será suficiente un modelo simple. Sin embargo, si se van a estudiar los fenómenos de alta frecuencia, será necesario un modelo de transformador totalmente diferente. De manera similar, si se van a calcular las corrientes de entrada del transformador, se debe utilizar un modelo totalmente diferente, específicamente uno que capture la no linealidad del núcleo del transformador y represente adecuadamente la dependencia de la corriente magnetizante del flujo magnético del núcleo del transformador. La selección del modelo también depende del período de tiempo en cuestión. Por ejemplo, Si se va a analizar el estado estacionario del sistema, deben utilizarse modelos de estado estacionario apropiados. Sin embargo, si se van a estudiar los fenómenos de las corrientes de irrupción en los transformadores, se debe emplear otro conjunto de modelos. Por lo tanto, uno debe darse cuenta de que los fenómenos en estudio y el período de tiempo de interés determinarán la selección del modelo adecuado. A continuación se enumeran los fenómenos más habituales que se están estudiando y los períodos de interés.

Fenómenos en estudio

Frecuencia de poder
Cambio de línea
Conmutación de banco de condensadores
Voltaje de recuperación transitorio
Relámpago

Período de preocupación

Estado estable
Corto plazo (segundos)
Milisegundos
Microsegundos

En el resto de este capítulo, se introducirán modelos de los componentes de sistemas de energía más habituales con comentarios sobre su aplicabilidad a fenómenos específicos en estudio. Debe entenderse que la mayoría de los fenómenos que afectan la calidad de la energía son típicamente de frecuencia relativamente baja.

3.2 Modelado de líneas de transmisión y distribución

Las líneas de transmisión y distribución pueden ser de muchas variedades: cables aéreos trifásicos, monofásicos, trifásicos subterráneos, cables monofásicos subterráneos, etc. La distinción entre transmisión y distribución depende del propósito previsto del circuito de potencia. Específicamente si el uso previsto es abastecer a clientes (residenciales, comerciales e industriales) entonces nos referimos a esta línea como distribución. En general, las líneas de distribución operan a media tensión (desde unos pocos kV hasta unos 35 kV) y la mayoría de las veces operan de forma radial. Los circuitos de potencia que operan a voltajes más altos se clasifican normalmente como circuitos de transmisión. Matemáticamente, los métodos para modelar

Los circuitos de transmisión y distribución son idénticos. Presentamos algunas líneas típicas de transmisión y distribución y luego abordamos el modelado de estos componentes.

Los componentes de las líneas aéreas de transmisión y las líneas de distribución se ilustran en la Figura 3.3. Una línea aérea trifásica consta de conductores trifásicos HA, HB y HC, que están suspendidos con aisladores de torres. La mayoría de los diseños incluyen un cable de tierra aéreo (OHGW (**O**ver**H**ead **GRAMO**redondo **W**fuego) o alambre blindado) para proporcionar protección contra rayos. Muchos OHGW también incluyen un tubo con fibras ópticas para comunicaciones. El OHGW generalmente está conectado al neutro del sistema y puede conectarse a tierra en cada torre. El sistema de puesta a tierra de la torre puede constar de un contrapeso (ilustrado en la Figura 3.3), anillos, varillas de puesta a tierra, etc. Una línea de transmisión aérea típica termina en dos subestaciones. El OHGW normalmente está conectado al sistema de puesta a tierra de las subestaciones. La Figura 3.3 ilustra la terminación del OHGW al tapete de tierra de la subestación. En la Figura 3.3 también se ilustra una línea de distribución aérea trifásica. Consta de conductores trifásicos, indicados como LA, LB y LC, y un conductor neutro con conexión a tierra múltiple.

Las líneas eléctricas aéreas están suspendidas en torres o postes. El diseño de las torres de transmisión depende del voltaje de operación de la línea y otras consideraciones de resistencia mecánica. En las Figuras 3.4, 3.5 y 3.6 se ilustran tres diseños de torre / poste de ejemplo para líneas de 230 kV, 115 kV y 12 kV, respectivamente. Tenga en cuenta que la línea de 12 kV, que se utiliza normalmente en circuitos de distribución, no tiene OHGW. En cambio, tiene un cuarto conductor, el neutro, que está suspendido debajo de los conductores de fase. Si bien eléctricamente el OHGW y el neutro son similares, la diferencia de nombre refleja el hecho de que el OHGW no está diseñado para transportar corriente eléctrica en condiciones normales de funcionamiento, mientras que el neutro está diseñado para transportar la corriente de retorno en condiciones normales de funcionamiento. El tamaño del conductor neutro es comparable al de los conductores de fase y está destinado a transportar potencialmente la corriente a plena carga. La razón de esta práctica es el hecho de que los circuitos de distribución pueden suministrar cargas monofásicas conectadas entre una fase y el conductor neutro. Esta práctica genera condiciones de desequilibrio y el conductor neutro puede transportar una corriente eléctrica sustancial.

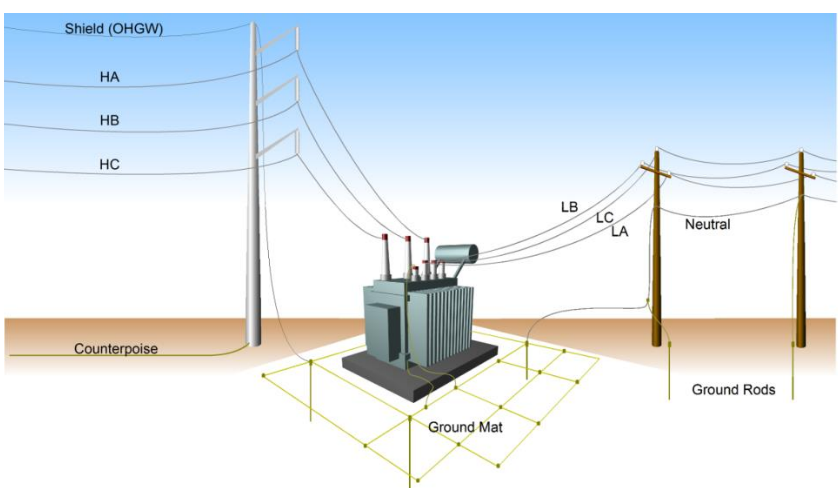


Figura 3.3: Líneas eléctricas aéreas: una línea de transmisión y una de distribución conectadas a través de un transformador de potencia

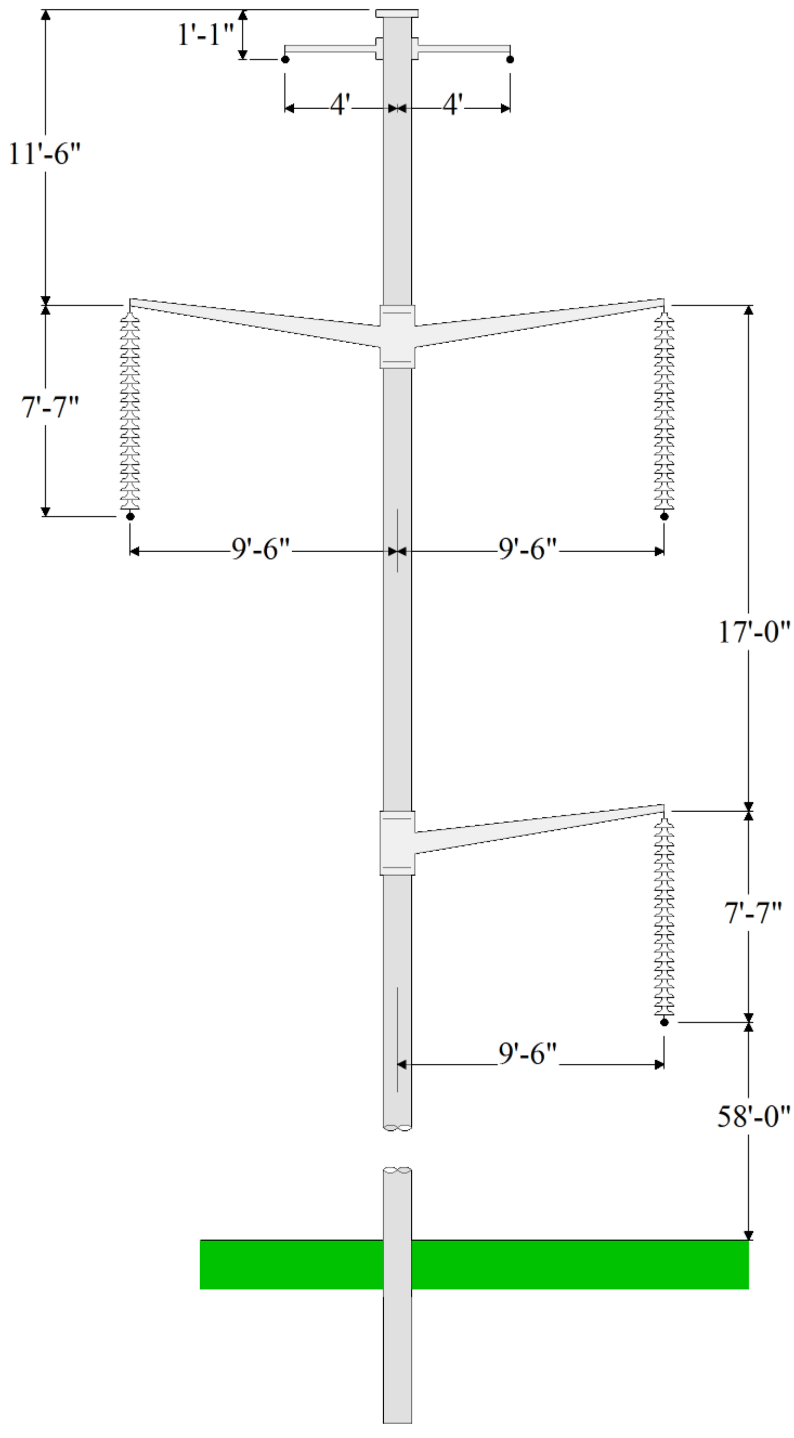


Figura 3.4: Diseño de una torre de transmisión con bastidor en H de 230 kV (Cortesía de Georgia Power Co.)

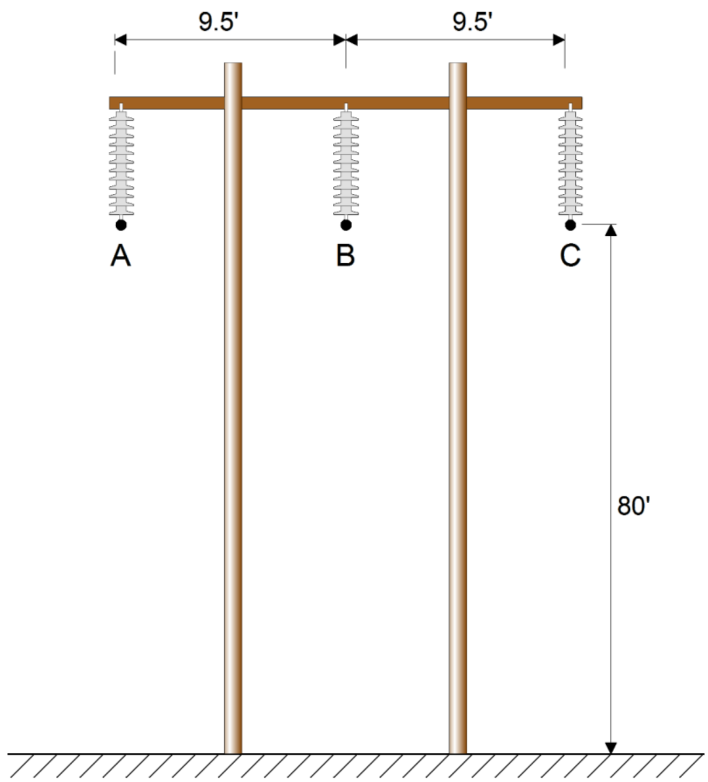


Figura 3.5: Diseño de una torre de transmisión de estructura en H de 115 kV

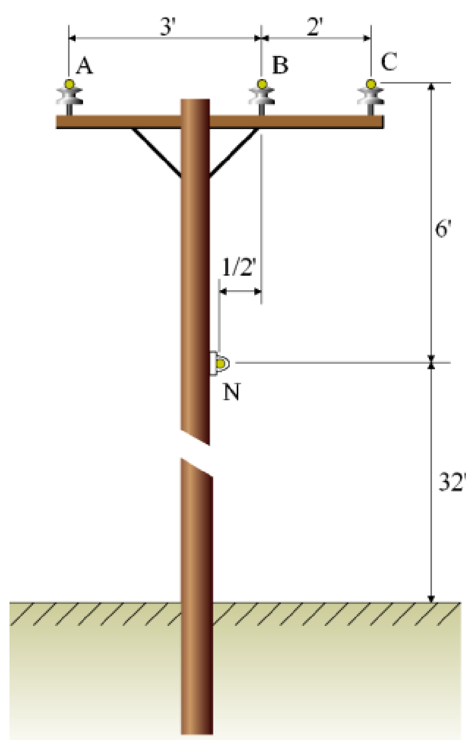


Figura 3.6: Diseño de una distribución unipolar de 12 kV

Los recientes avances en tecnología han hecho de la transmisión de CC una alternativa económicamente atractiva a largas distancias. En la Figura 3.7 se ilustra una línea de transmisión de CC típica. Consiste en dos conductores de haz, los polos positivo y negativo, y un conductor de tierra aéreo.

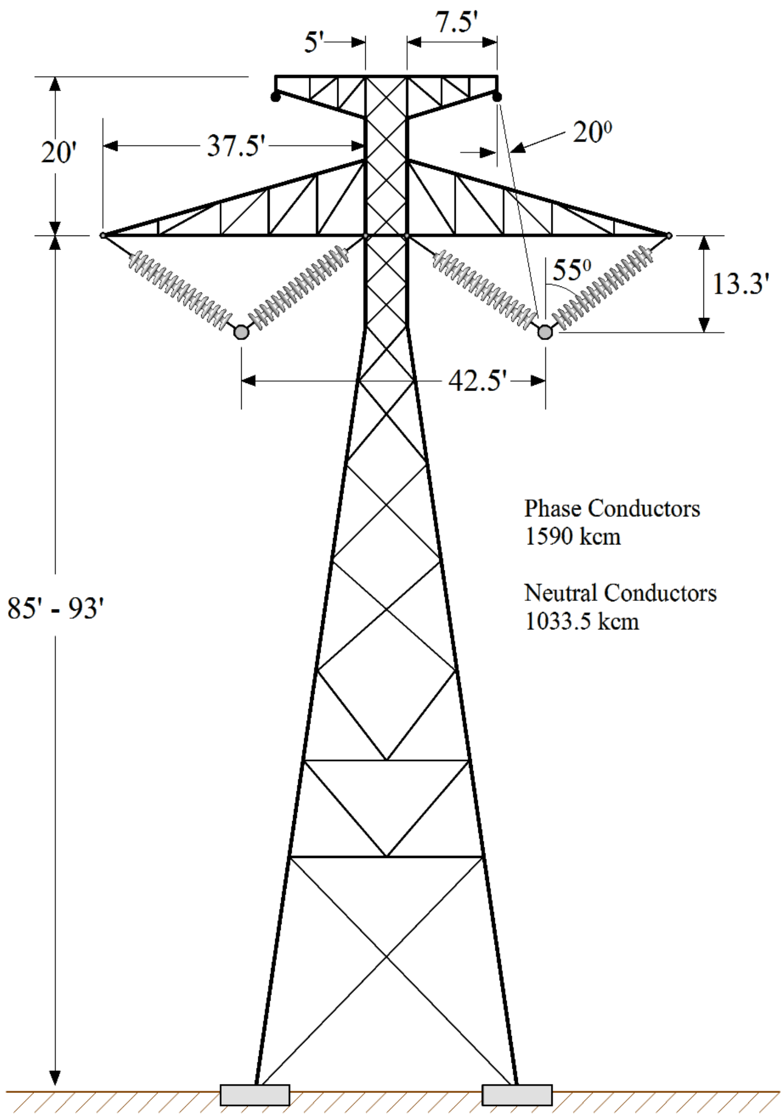
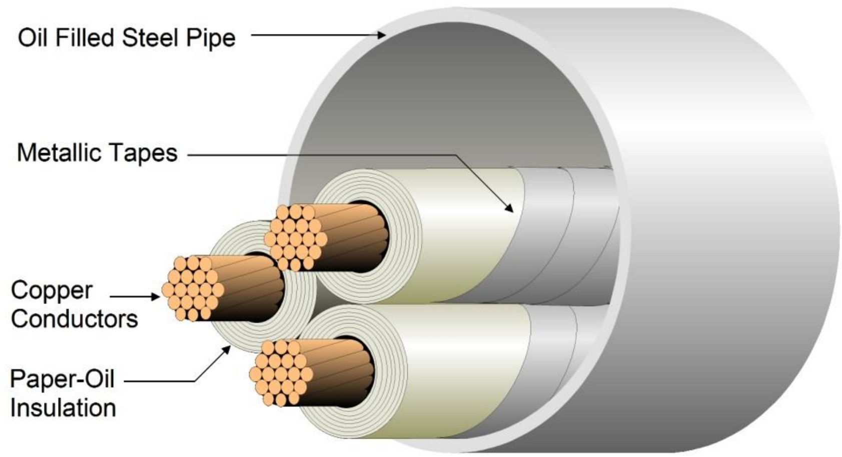


Figura 3.7: Diseño de un Torre HVDC de 400 kV
(Cortesía del Instituto de Investigación de Energía Eléctrica)

Las líneas eléctricas también se pueden construir a partir de cables eléctricos. Los cables pueden ser cables trifásicos o monofásicos conectados en una disposición trifásica. En la Figura 3.8a se ilustra una construcción trifásica típica con tres cables de alimentación monofásicos y un cable de alimentación trifásico típico
La construcción se ilustra en la Figura 3.8b.

(a)



(B)

Figura 3.8: Cables de alimentación típicos: (a) dieléctrico sólido trifásico, (b) aceite trifásico Lleno

Un sistema de distribución comprende líneas eléctricas y equipos reductores de voltaje para el servicio eléctrico en sitios industriales, comerciales y residenciales. Un sistema de distribución puede comprender líneas de transmisión trifásicas, con voltajes de operación típicos de 12 a 35 kV línea a línea, y líneas tomadas trifásicas, bifásicas o monofásicas. La construcción de estas líneas puede ser aérea o subterránea. Estas posibilidades se ilustran en la Figura 3.2. La figura 3.2 sugiere que los sistemas de distribución pueden funcionar (y de hecho funcionan) en condiciones de desequilibrio. Parte de este desequilibrio puede transmitirse al sistema de transmisión. Esto significa que los sistemas de distribución presentan algunos problemas de análisis únicos. Además, los avances recientes en la tecnología de equipos de uso final han dado como resultado cargas eléctricas que pueden interactuar con el sistema de forma dinámica. Por ejemplo, los controladores de motores de estado sólido, rectificadores, etc., inyectan armónicos en el sistema de distribución. El análisis y la comprensión de estos fenómenos requieren que el sistema de distribución sea modelado y comprendido no solo para la frecuencia de potencia (60 Hz en los Estados Unidos, 50 Hz en Europa) sino también para otras frecuencias, como los armónicos de 60 Hz.

Por varias razones técnicas y de seguridad, las instalaciones de energía eléctrica deben estar conectadas a tierra. La puesta a tierra de los sistemas de energía se logra incrustando estructuras metálicas (conductores) en tierra y conectando eléctricamente estos conductores al neutro del sistema de energía. De esta manera se proporciona una baja impedancia entre el sistema de energía neutral y el vasto suelo conductor, lo que garantiza que la tensión del neutro, con respecto a tierra, será baja en todas las condiciones. La conexión a tierra es necesaria por varias razones: (a) para asegurar el funcionamiento correcto de los dispositivos eléctricos, (b) para proporcionar seguridad durante condiciones normales o de falla, (c) para estabilizar el voltaje durante condiciones transitorias y (d) para disipar los rayos. En la Figura 3.9 se ilustra un ejemplo de la construcción física de una subestación con el sistema de puesta a tierra subyacente.

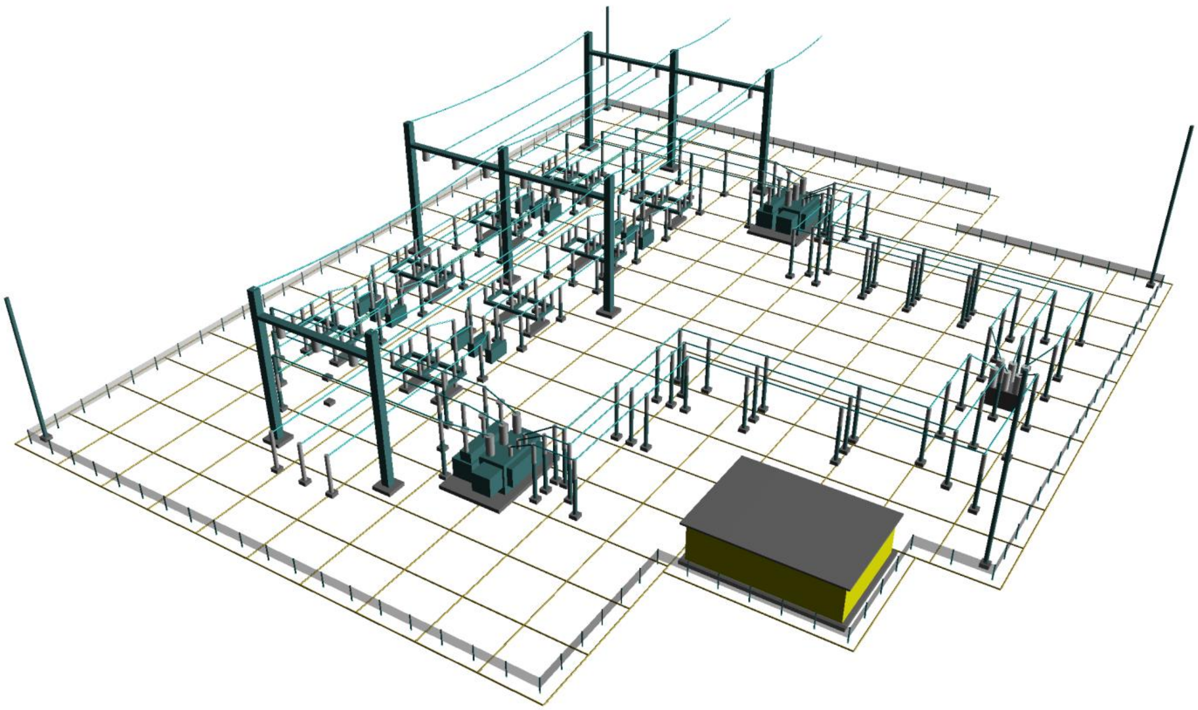


Figura 3.9: Ejemplo de la disposición física de una subestación que ilustra el Puesta a tierra, cercas y equipos eléctricos

Las estructuras físicas descritas se modelan típicamente con modelos matemáticos adecuados. La presentación del modelado de líneas se realizará en varios pasos. Primero, examinaremos los parámetros por unidad de longitud de una línea eléctrica. Estos parámetros son: resistencia, inductancia y capacitancia.

A continuación, se introducirán procedimientos de análisis mediante los cuales se desarrollarán circuitos equivalentes de líneas eléctricas. Dependiendo de los objetivos del análisis, los modelos matemáticos pueden ser diferentes para la misma estructura física. Como ejemplo para el análisis de una línea eléctrica en estado estacionario sinusoidal de 60 Hz, un -circuito equivalente captura completamente el comportamiento de la línea. Sin embargo, para la misma línea, este circuito equivalente es inadecuado para describir transitorios en la línea. En general, se pueden encontrar los siguientes modelos de líneas de transmisión y distribución y aplicaciones relativas:

1. Las líneas eléctricas trifásicas se pueden aproximar en términos de sus circuitos equivalentes de secuencia (secuencia positiva, negativa y cero). Estos modelos representan una aproximación del comportamiento real de una línea. Se utilizan ampliamente para estudios de flujo de energía, análisis de cortocircuitos y estudios de estabilidad.

2. Las líneas eléctricas también se pueden modelar con una representación explícita de la torre de transmisión, cables neutros o cables de tierra, sistemas de puesta a tierra y sistemas de puesta a tierra de subestaciones. Estos modelos son aplicables para cálculos de aumento de potencial de tierra, análisis de seguridad y para diseño de sistemas de puesta a tierra [???].
3. También se pueden desarrollar modelos de parámetros distribuidos de líneas eléctricas. Estos modelos son aplicables para análisis rápidos de transitorios eléctricos (como transitorios de conmutación, transitorios de rayos) y el diseño de protección contra sobretensiones. Estos modelos no se considerarán en este libro.

En esta sección, se presentan las ecuaciones básicas de un modelo de línea de transmisión para bajas frecuencias. Nos enfocamos en la derivación de la resistencia, inductancia y capacitancia de la línea y posterior extracción de circuitos equivalentes apropiados.

3.2.1 Resistencia

La resistencia de los conductores de potencia depende de la frecuencia de la corriente eléctrica. Para ejemplo la resistencia DC (r_{dc} f = 0 Hertz) se puede calcular directamente a partir de la resistividad del material conductor:

$$r_{corriente\ continua} \quad \frac{1}{A} \ ohmios / metro$$

dónde   es la resistividad del material conductor y A es la sección transversal del conductor.

El cálculo de la resistencia de CA, $r_{ac,}$ de un conductor de potencia puede ser bastante complicado, dependiendo de la geometría (sección transversal) del conductor. Para conductores cilíndricos, la resistencia de CA del conductor se da en términos de funciones de Bessel:

$$r_{CA} \quad r_{corriente\ continua} \frac{ka\ M_0(ka)}{2\ METRO_1(ka)} \text{pecado} \quad _1(ka) \quad _0(ka) \quad \frac{ohmios / metro}{4}$$

dónde: $k \quad \sqrt{\ ,\quad 2}\ f,$ a es el radio del conductor Nota ka

es un número puro (adimensional)

$METRO_0(ka),\ \ _0(ka):$ son la magnitud y la fase, respectivamente, de la función de Bessel modificada, orden cero y argumento ka.

$METRO_1(ka),\ \ _1(ka):$ Arkansas   e la magnitud y la fase respectivamente de la función de Bessel modificada, orden uno, argumento ka.

La tabulación de estas funciones se puede encontrar en las referencias. Por conveniencia, los valores de estas funciones para el valor del argumento hasta 10 se proporcionan en la Tabla 3.1. Derivación de lo anterior Las ecuaciones para la resistencia de CA de conductores cilíndricos se pueden encontrar en [???].

Para otras geometrías de sección transversal de conductor, se anima al lector a consultar las referencias.

Tabla 3.1: Módulo y fase de funciones de Bessel modificadas

z	METRO$_0$(z)	$_0$(z)	METRO$_1$(z)	$_1$(z)	z	METRO$_0$(z)	$_0$(z)	METRO$_1$(z)	$_1$(z)
0.000	1,0000	0,00	0,0000	135,00	1.300	1.0438	23,75	0,6548	147.07
0,025	1,0000	0,01	0.0125	135,00	1.350	1.0508	25.54	0,6808	148.02
0,050	1,0000	0,04	0.0250	135.02	1.400	1.0586	27,37	0,7070	148,99
0,075	1,0000	0,08	0.0375	135.04	1.450	1.0672	29,26	0,7333	150,00
0,100	1,0000	0,14	0.0500	135.07	1.500	1.0767	31.19	0,7598	151.04
0,125	1,0000	0,22	0.0625	135.11	1.550	1.0871	33.16	0,7866	152.12
0,150	1,0000	0,32	0.0750	135,16	1.600	1.0984	35,17	0.8136	153,23
0,175	1,0000	0,44	0.0875	135,22	1.650	1.1108	37.22	0.8408	154,38
0,200	1,0000	0,57	0,1000	135,29	1.700	1.1242	39.30	0.8684	155,55
0,225	1,0000	0,73	0.1125	135,36	1.750	1,1387	41,41	0.8962	156,76
0,250	1.0001	0,90	0.1250	135,45	1.800	1,1544	43,54	0,9244	158,00
0,275	1.0001	1.08	0,1375	135,54	1.850	1,1712	45,70	0,9530	159,27
0.300	1.0001	1,29	0,1500	135,64	1.900	1,1892	47,88	0,9819	160,57
0.325	1.0002	1,51	0.1625	135,76	1.950	1.2085	50.08	1.0113	161,90
0.350	1.0002	1,75	0,1750	135,88	2.000	1.2290	52,29	1.0412	163,27
0.375	1.0003	2.01	0,1875	136.01	2.050	1.2509	54.51	1.0715	164,66
0.400	1.0004	2,29	0,2000	136.15	2.100	1.2741	56,74	1.1024	166.08
0,425	1.0005	2,59	0.2125	136,29	2.150	1.2986	58,98	1,1339	167,53
0.450	1.0006	2,90	0,2250	136,45	2.200	1.3246	61,22	1.1659	169,00
0.475	1.0008	3,23	0.2375	136,62	2.250	1.3520	63,46	1.1987	170,50
0.500	1,0010	3,58	0,2500	136,79	2.300	1.3808	65,71	1.2321	172.03
0.525	1,0012	3,95	0.2626	136,97	2.350	1.4111	67,95	1.2663	173,58
0.550	1.0014	4.33	0.2751	137,17	2.400	1,4429	70,19	1.3012	175,16
0.575	1.0017	4,73	0.2876	137,37	2.500	1.5111	74,65	1.3736	178,39
0,600	1,0020	5.15	0.3001	137,58	2.600	1.5855	79.09	1.4498	181,70
0,625	1.0024	5,59	0.3126	137,80	2.700	1,6665	83,50	1.5300	185.10
0,650	1.0028	6.04	0.3252	138.03	2.800	1,7541	87,87	1.6148	188,57
0,675	1,0032	6.52	0.3377	138,26	2.900	1.8486	92,21	1.7046	192.11
0,700	1,0037	7.01	0.3502	138,51	3.000	1.9502	96,52	1.7999	195,71
0,725	1.0043	7.51	0.3628	138,76	3.100	2.0593	100,79	1.9011	199,37
0,750	1,0049	8.04	0.3753	139.03	3.200	2.1760	105.03	2.0088	203.08
0,775	1.0056	8.58	0.3879	139.30	3.300	2.3009	109.25	2.1236	206,83
0,800	1.0064	9.14	0.4004	139,58	3.400	2.4342	113,43	2.2458	210,62
0,825	1.0072	9,72	0.4130	139,87	3.500	2.5764	117,60	2.3763	214,44
0,850	1.0081	10.31	0,4256	140,17	3.600	2.7280	121,75	2.5155	218.30
0,875	1.0091	10,92	0.4382	140,48	3.700	2.8894	125,87	2,6640	222.17
0.900	1.0102	11.55	0.4508	140,80	3.800	3.0613	129,99	2.8227	226.07
0,925	1.0114	12.19	0.4634	141,12	3.900	3.2443	134,10	2.9920	229,98
0,950	1.0127	12,86	0.4760	141,46	4.000	3.4391	138,19	3.1729	233,90
0,975	1.0140	13.53	0.4886	141,80	4.500	4.6179	158,59	4.2783	253,67
1.000	1.0155	14.23	0.5013	142,16	5.000	6.2312	178,93	5.8091	273,55
1.025	1.0171	14,94	0.5140	142,52	5.500	8.4473	199,28	7,9253	293,48
1.050	1.0188	15,66	0.5267	142,89	6.000	11.5008	219,62	10.8502	313,45
1.075	1.0207	16.40	0.5394	143,27	6.500	15.7170	239,96	14.8961	333,46
1.100	1.0227	17.16	0.5521	143,66	7.000	21.5479	260,29	20.5003	353,51
1.125	1.0248	17,93	0.5648	144.05	7.500	29.6223	280,61	28.2737	373,59
1.150	1.0270	18,72	0.5776	144,46	8.000	40.8176	300,92	39.0697	393,69
1,175	1.0294	19.52	0.5904	144,87	8.500	56.3586	321.22	54.0807	413,82
1.200	1.0320	20,34	0,6032	145,29	9.000	77.9565	341,52	74,9740	433,96
1.225	1.0347	21.17	0.6161	145,73	9.500	108.0039	361,81	104.0822	454.11
1.250	1.0376	22.02	0,6290	146,17	10.000	149.8476	382.10	144.6705	474,28

3.2.2 Inductancia

Examinamos los métodos de modelado para calcular la inductancia de los circuitos de transmisión. Primero se presentan los fundamentos, seguidos de métodos de análisis más prácticos.

3.2.2.1 Ecuación básica de campo magnético alrededor de un conductor

Conceptualmente, los fenómenos a estudiar se pueden explicar a través de la línea simple de dos conductores ilustrada en la figura 3.10. Suponga que la corriente eléctrica i (t), que depende del tiempo, fluye a través de un conductor y regresa a través del otro conductor. El flujo de corriente genera un campo magnético que depende del tiempo, es decir, sigue la variación temporal de la corriente eléctrica. Considere una longitud infinitesimal dx de conductor. Deja d (t) ser el flujo magnético que une la corriente eléctrica i (t) que fluye en la longitud infinitesimal dx del conductor. Por definicin, el la inductancia de la longitud dx del conductor es dL, donde

$$dL \quad \frac{D\ \ (t)}{eso)} \qquad (3,1)$$

Dado que el enlace de flujo magnético varía con el tiempo, se inducirá un voltaje dv (t) a lo largo de la longitud dx del director:

$$dv\,(t) \quad \frac{D\ \ (t)}{dt} \quad dL\frac{di\,(t)}{dt}$$

Ahora suponga que la inductancia del conductor es de L henries por metro; luego

$$dL = L\ dx$$

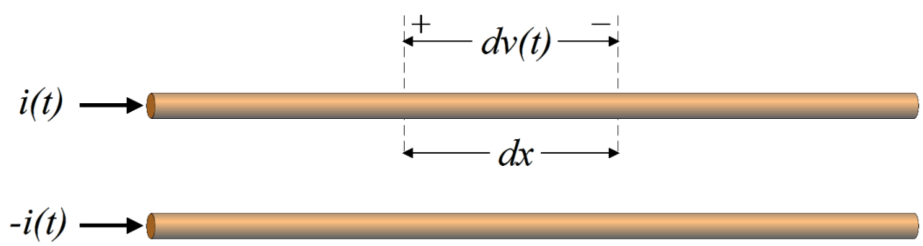


Figura 3.10: Una línea simple de dos conductores

Tras la sustitución en las ecuaciones anteriores y la subsiguiente solución de L, tenemos

$$L \quad \frac{\frac{dv\,(t)}{dx}}{\frac{di\,(t)}{dt}} \quad \text{H / m (Henries / metro)} \qquad (3,2)$$

La ecuación (3.1) o (3.2) define la inductancia de un conductor. Específicamente, Eq. (3.1) establece que la inductancia es igual al enlace de flujo magnético dividido por la corriente eléctrica. Alternativamente, la ecuación (3.2) establece que la inductancia es igual al voltaje inducido por unidad de longitud dividido por la derivada en el tiempo de la corriente eléctrica.

Una línea de transmisión es una estructura complicada que comprende dos o más conductores. Nuestro objetivo en este capítulo es caracterizar cada conductor con su inductancia y también cualquier par de conductores con una inductancia mutua.

Introducimos los conceptos básicos considerando el campo magnético de un conductor de sección circular de longitud infinita. Para simplificar, suponga que el material conductor no es magnético. En otras palabras, la permeabilidad del material conductor es $_0$. En la Figura 3.11a se muestra una sección transversal del conductor. El radio del conductor es a. Suponga además que el conductor lleva una corriente eléctrica i (t), que se distribuye uniformemente en la sección transversal del conductor (es decir, densidad de corriente constante). Bajo estos supuestos, es relativamente fácil calcular el campo magnético de la configuración y posteriormente la inductancia de la línea.

Debido a la simetría cilíndrica existente, la intensidad del campo magnético $\underline{H}$en un punto A, ilustrado en la figura 3.11a, será perpendicular a la dirección radial y la magnitud será constante en el contorno circular con centro O y radio r. En otras palabras, la magnitud de la intensidad del campo magnético, H, es función del radio r solamente [es decir, H (r)]. H (r) se calcula con una aplicación directa de la ley de Ampere en la configuración descrita. Hay dos casos.

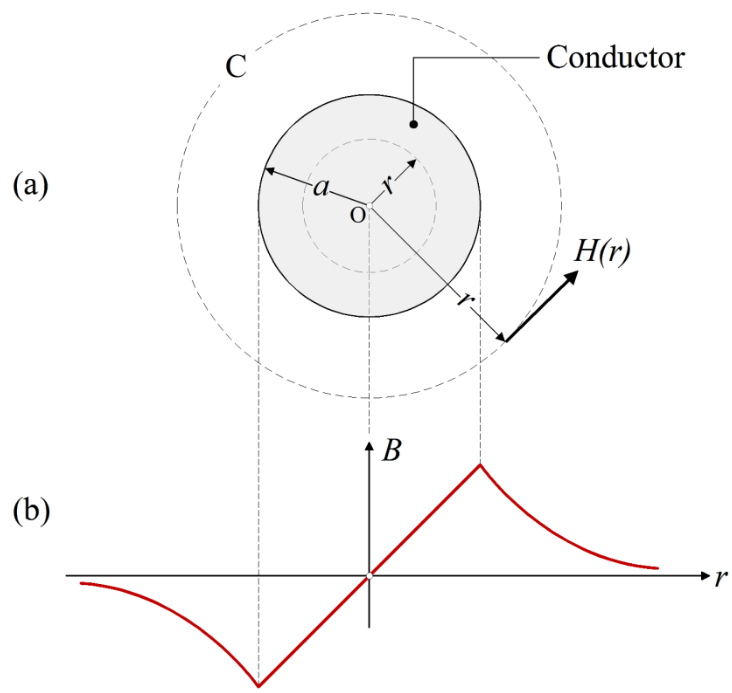


Figura 3.11: Conductor circular infinitamente largo

[(a) Sección transversal, (b) Densidad de flujo magnético a lo largo de una dirección radial]

Caso a. El punto A se encuentra fuera del conductor:

$$r \quad a$$

La aplicación de la ley de Ampere rinde

$$eso) \quad \underset{C}{\underline{H}} ora) \quad \underline{D} \quad 2\, rH\,(r)$$

Tras la solución de H (r), obtenemos:

$$Hora) \quad \frac{eso)}{2\, r}, \quad r \quad a \tag{3,3}$$

La densidad de flujo magnético viene dada por

$$B\; r \quad {}_0 Hora) \quad {}_0 \quad \frac{eso)}{2\, r}, \quad r \quad a \tag{3,4}$$

Caso b. El punto A se encuentra dentro del conductor:

$$r \quad a$$

La aplicación de la ley de Ampere produce:

La corriente eléctrica dentro de C_2: $I_{C_2} \quad \underset{C_2}{H\underline{ora})} \; D \quad \underline{2}\, rH\,(r)$

En general, el cálculo de la corriente dentro de la curva C_2 puede ser bastante complicado. Por simplicidad y para bajas frecuencias, introducimos el supuesto simplificador de que el
La densidad de corriente es constante dentro del conductor En este caso:

La corriente eléctrica dentro de C_2: $I_{C_2} \quad \frac{r_2}{a^2}\, eso) \quad \left(\frac{r}{a}\right)^2 eso), \quad r \quad a$

La sustitución y posterior solución de H (r) produce

$$H\;\; r \quad \frac{1}{2\, a} \; \frac{r}{a} \;\; yo\,(t), \; r \quad a \tag{3,5}$$

y

$$B\; r \quad {}_0 H\; r \quad \frac{{}_0}{2\;\, a} \; \frac{r}{a} \;\; yo\,(t), \; r \quad a \tag{3,6}$$

Los resultados se resumen en la figura 3.11b, donde la densidad de flujo magnético B (r) se representa como una función de r a lo largo de una dirección radial.

De la densidad de flujo magnético B, el flujo magnético   cruzar cualquier superficie S se calcula a partir de la integral

$$\underset{S}{} B \bullet ds$$

Si la superficie S cruza el conductor y dado que la corriente eléctrica se distribuye dentro del conductor, el flujo magnético vinculará porciones variables de la corriente eléctrica. En este caso, es conveniente el uso del concepto de enlace de flujo magnético. El enlace de flujo magnético se define por

$$\underset{S}{} wB \bullet ds$$

donde w es la porción de corriente eléctrica vinculada con el flujo magnético infinitesimal $B\, ds \bullet$

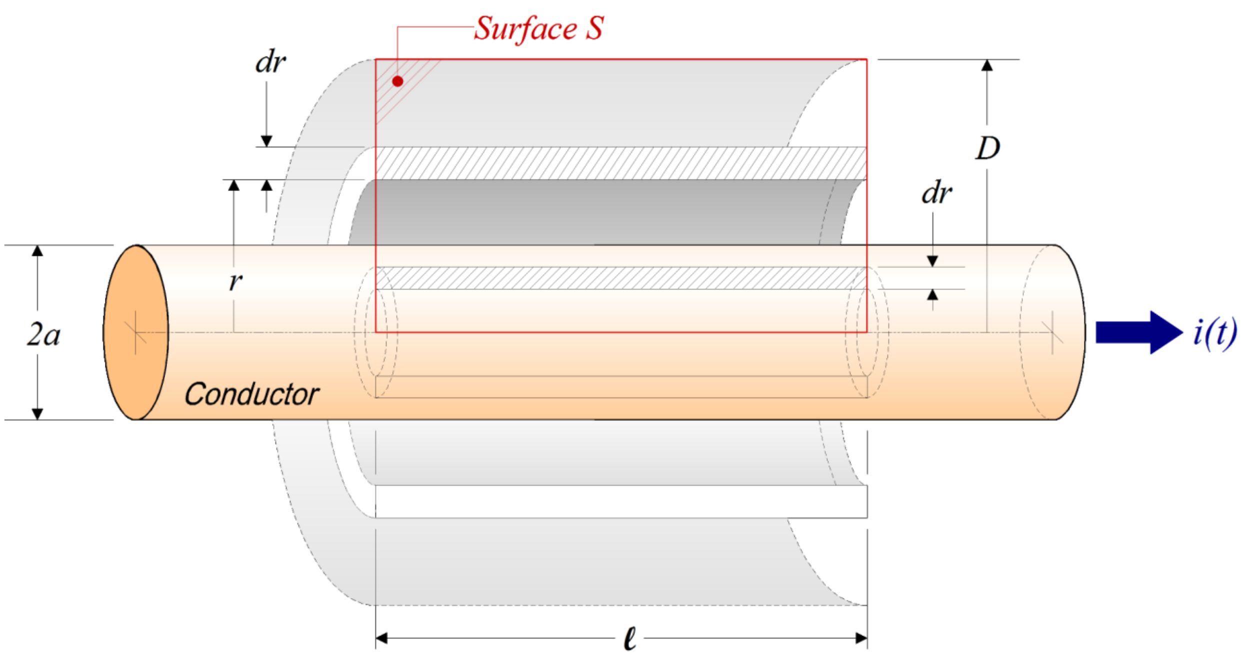


Figura 3.12: Geometría de la superficie S

Dado el enlace de flujo magnético a través de una superficie S, el voltaje inducido v (t) a lo largo del perímetro de la superficie se calcula mediante

$$v\ \ t \qquad \frac{D\ \ t}{dt}$$

Como ejemplo, considere una superficie rectangular S, de dimensiones y D, ubicado en un plano que pasa por el eje del conductor. La superficie S se define en la Figura 3.12. Considere las dos franjas infinitesimales ilustradas del área Dr situado en la superficie S y paralelo al eje del conductor. Una tira infinitesimal se encuentra dentro del conductor a una distancia r_1 a desde el eje. El flujo magnético a través de la franja infinitesimal. dS_1 ℓdr en r r_1 a (dentro de conductor), enlaces $\frac{r^2}{a^2}$ porción de la corriente eléctrica. Por lo tanto, el enlace de flujo magnético $D_{\text{En t}}(t)$ es

$$D_{\text{En t}}(t) \quad \frac{r^2}{a^2} B(r) \quad \frac{{}_0 r^3 i(t)}{2 a^4} \quad Dr$$

El enlace de flujo magnético de la segunda tira infinitesimal dS_2 dr en ℓ r_2 a (fuera del conductor), une toda la corriente eléctrica a través del conductor. El enlace de flujo magnético de esta franja infinitesimal $D_{ext}(t)$ es

$$D_{ext}(t) \quad \frac{{}_0 eso)}{2 r} D r$$

El enlace de flujo magnético total a través de la superficie S es

$$(t) \quad \int_{r\,0}^{a} \frac{{}_0 r^3 i(t)}{2 a^4} Dr \quad \int_{r\,a}^{D} \frac{{}_0 eso)}{2 r} Dr$$

La evaluación de las integrales proporciona el siguiente resultado:

$$(t) \quad \frac{{}_0 \ell eso)}{2 \quad 4} \frac{1}{} \quad \text{l}_{\text{norte}} \frac{D}{a} \qquad (3,7)$$

La ecuación (3.7) generalmente se escribe en la siguiente forma compacta:

$$(t) \quad \frac{{}_0 \ell eso)}{2} \text{en} \frac{D}{D}, \quad D \quad ae^{\frac{1}{4}} \qquad (3,8)$$

La cantidad d se conoce como el radio medio geométrico del conductor. El significado físico del radio medio geométrico es que un conductor hueco delgado de radio igual al radio medio geométrico y que lleva la misma corriente eléctrica i (t), produce el mismo enlace de flujo magnético que el conductor considerado. Esta interpretación se ilustrará con el siguiente ejemplo.

Ejemplo E3.1: Un conductor hueco infinitamente largo de radio promedio dy espesor infinitesimal transporta como corriente eléctrica i (t). El conductor se ilustra en la Figura E3.1a. Para mayor claridad, se muestra con espesor finito.

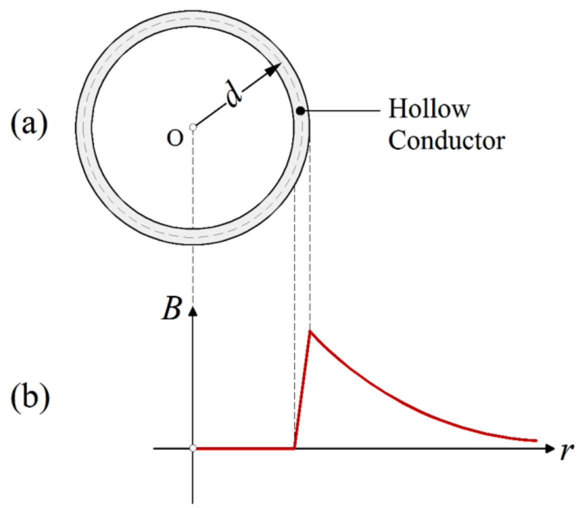


Figura E3.1 Campo magnético alrededor de un conductor hueco que transporta corriente eléctrica

Demuestre que el flujo magnético que une una superficie rectangular de dimensiones y D, con uno - lado largo situado en el eje del conductor, es

$$(t) \quad \frac{{}_0\ell\, eso)}{2} \text{en } \frac{D}{D}$$

Solución: La densidad del campo magnético alrededor de esta configuración se ilustra en la Fig. E3.1b. Específicamente, la densidad del campo magnético es

$$B\, r \quad 0, \qquad r \quad D$$
$$\frac{{}_0 I \;\; t}{2\, r}, \quad r \quad D$$

El enlace de flujo magnético es

$$(t) \quad {}_{r\,D}^{\;\;D} 2\, r \frac{{}_0 eso)}{} \ell Dr \quad \frac{{}_0\ell\, eso)}{2} \text{en } \frac{D}{D}$$

Esto completa la prueba.

El voltaje inducido a través del conductor debido al flujo magnético se calcula fácilmente a partir de

$$\text{Vermont} \quad \frac{D \quad t}{dt} \quad \frac{{}_0\ell}{2} \text{en } \frac{D}{D} \frac{di\; t}{dt}$$

Por definición, la inductancia del conductor es

$$L_t \quad \frac{t}{I \; t} \quad \frac{{}_0\ell}{2} \text{en} \; \frac{D}{D}$$

Por unidad de longitud, la inductancia es

$$L \quad \frac{{}_0}{2} \text{en} \; \frac{D}{D} \qquad (3,10)$$

Se debe observar que la inductancia del conductor depende del ancho D de la superficie seleccionada S. Dado que el ancho D puede seleccionarse arbitrariamente, el resultado anterior no tiene ningún significado físico. Esta peculiaridad se produce porque se ha descuidado el camino de retorno de la corriente eléctrica i (t). Es evidente que para calcular la inductancia del conductor de una manera única y significativa, es necesario considerar el circuito completo que incluye la ruta de retorno de la corriente eléctrica. En cualquier situación práctica, todos los conductores u objetos que transporten corriente eléctrica estarán ubicados en un área finita. En este caso, como veremos en secciones posteriores, la inductancia de los conductores se puede definir de forma unívoca. A pesar de la falta de realismo de la configuración considerada,

En resumen, hemos derivado expresiones para la densidad del campo magnético y el enlace de flujo magnético de un conductor portador de corriente. Usaremos estos resultados para el análisis de líneas de transmisión prácticas.

3.2.2.2 Ecuaciones inductivas de una línea multiconductora

En general, una configuración de línea implica varios conductores. Cada conductor transporta una determinada corriente eléctrica. Por consideraciones físicas (conservación de la carga), la suma de las corrientes eléctricas debe ser igual a cero. Tal disposición se muestra en la Figura 3.13. La corriente de cada conductor establecerá un campo magnético a su alrededor que unirá a todos los demás conductores. El resultado neto será un voltaje inducido en cada conductor. Considerando el conductor j, el voltaje inducido estará a lo largo del conductor como se muestra en la Figura 3.13. Para calcular este voltaje, se debe determinar el enlace de flujo magnético por unidad de longitud del conductor.

Considere un marco rectangular con un lado del marco ubicado en el eje del conductor j. El marco se extiende a una distancia x del eje del conductor y su longitud es l. El enlace de flujo a través de este marco con respecto a la corriente a través del conductor j, es decir, el enlace de flujo de el conductor j será

$$_{jx}t) \quad _{jjx}\; t \quad \; _{jkx}\; t \quad _{k}$$

dónde $(t)_{jkx}$ es la contribución del conductor k al enlace de flujo del conductor j.

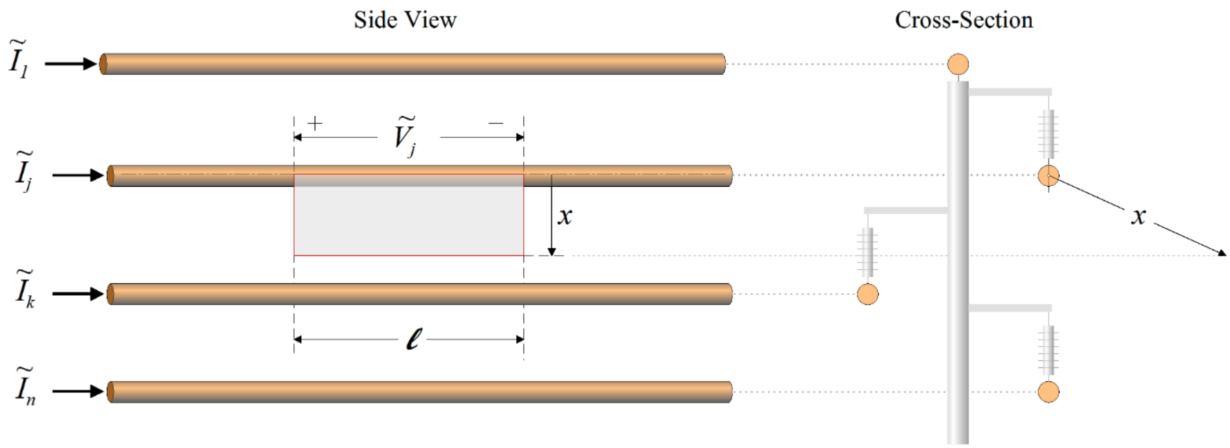


Figura 3.13: Ilustración de voltaje inducido

Para calcular este término, considere la figura 3.14, que ilustra la sección transversal del sistema de conductores (solo se muestran los conductores j y k) y el marco jx. Nos gustaría determinar el enlace de flujo a través del marco jx definido con el eje del conductor j y una línea paralela al conductor j que pasa por el punto x. Tenga en cuenta que la contribución al enlace de flujo magnético de la corriente del conductor j es:

$$_{jjx}(t) \qquad \frac{_0 \ell\, eso)_j}{2} \text{ en } \frac{D_{jx}}{D_j}$$

También tenga en cuenta que la contribución al enlace de flujo magnético del conductor j de la corriente eléctrica del conductor k es el enlace de flujo magnético a través de la superficie definida con la línea D_{jk}.

Este flujo magnético es igual al enlace de flujo a través de la línea mx que viene dada por

$$_{jkx}(t) \qquad \frac{_0 \ell\, eso)_k}{2} \text{ en } \frac{D_{kx}}{D_{jk}}$$

Tenga en cuenta que la distancia d_{km} es la misma que la distancia d_{jk}. El enlace de flujo magnético total a través el marco jx se puede formar a partir de la contribución al flujo de todos los conductores, es decir:

$$_{jx}(t) \qquad \frac{_0 \ell\, i_j(t)}{2} \text{ en } \frac{D_{jx}}{D_j} \qquad _k \frac{_0 \ell\, eso)_k}{2} \text{ en } \frac{D_{kx}}{D_{jk}}$$

La ecuación anterior se puede escribir en forma compacta de la siguiente manera:

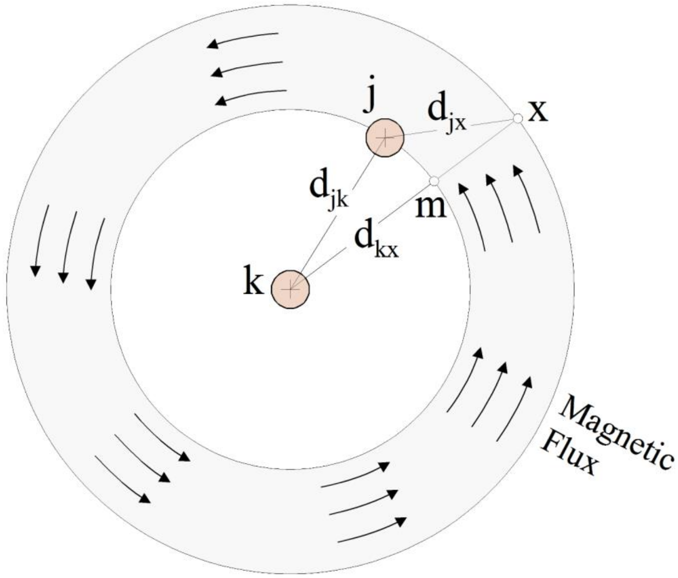


Figura 3.14: Ilustración del flujo magnético a través del plano d_{jx} debido a la corriente eléctrica $i_k(t)$

$$_{jx}t) \quad \sum_{k1}^{norte} \frac{0\,\ell\, eso)_k}{2} \text{ en } \frac{D_{kx}}{D_{jk}}$$

donde n es el número de conductores, D_{jk} es la distancia entre conductores j, k si j k, y D_{jj} es el radio medio geométrico del conductor j.

Es fácil probar que bajo la observación de que $\sum_{k1}^{norte} eso)_k$ 0 y cuando el punto x va al infinito:

$$_{jx}t) \quad t \quad _j \quad \sum_{k1}^{norte} \frac{0\,\ell\, eso)_k}{2} \,\mathrm{l}_{norte}\, \frac{1}{D_{jk}}$$

Prueba: Dado que la suma de todas las corrientes es igual a cero, entonces la corriente del último conductor n puede ser escrito como la suma negativa de todas las demás corrientes:

$$I_{norte} \; t \quad \sum_{k1}^{norte\,1} I_k(t)$$

Tras la sustitución en la expresión del enlace de flujo magnético:

$$_{jx}t) \quad \sum_{k1}^{norte\,1} \frac{0\,\ell}{2} \text{ en } \frac{}{D_{jk}} \quad \sum_{k1} \frac{\ell}{2} \text{ en } \frac{}{D_{jn}}$$

La expresión anterior se puede reescribir de la siguiente forma:

$$_{jx}(t) \quad {}_{0} \quad \sum_{k\,1}^{norte\,1} \frac{\ell}{2} \text{en} \frac{}{D_{jk}} \quad \sum_{k\,1} \frac{\ell}{2} \text{en} \frac{}{D_{jn}} \quad \sum_{k\,1} \frac{\ell}{2} \text{en} \frac{}{D_{nx}}$$

Tenga en cuenta que la última suma desaparecerá cuando el punto x llegue al infinito porque cada término se convertirá en cero (logaritmo de 1.0). La segunda suma se puede expresar en términos de la corriente en el conductor n.

Por lo tanto:

$$_{j}(t) \quad \sum_{k\,1}^{norte} \frac{{}_{0}\,\ell_{k}\, eso)}{2} \text{en} \frac{1}{D_{jk}}$$

Con esto concluye la prueba.

El voltaje inducido a lo largo del conductor se calcula como la derivada del flujo magnético en el tiempo vinculación del conductor.

$$v_{j}\,t \quad \frac{D\ (t)_{j}}{dt} \quad \sum_{k\,1}^{norte} \frac{{}_{0}\,\ell}{2} \text{en} \frac{1}{D_{jk}} \frac{di_{k}(t)}{dt}$$

Suponiendo condiciones de estado estable sinusoidal,

$$v_{j}\,t \quad \text{Re} \quad 2\tilde{V}_{j} e^{j\,t}$$

$$I_{k}\,t \quad \text{R} \quad \text{mi}\sqrt{2}\tilde{I}_{k} mi_{j}^{\,t}$$

Tras la sustitución con manipulaciones

$$\tilde{V} \quad \sum_{k\ 1} \frac{\ell}{2} \quad \frac{}{D_{jk}} \quad \tilde{} \quad \sum_{k\,1} \quad \tilde{}$$

dónde

$$X_{jk} \quad \frac{j\ {}_{0}\ \ell}{2} \text{en} \frac{1}{D_{jk}}$$

Los resultados anteriores se pueden utilizar directamente para determinar el inducido por unidad de longitud de cualquier línea.

3.2.2.3 Ecuaciones inductivas de una línea multiconductora por encima de la tierra

Las líneas de transmisión de energía aéreas o subterráneas se caracterizan por el hecho de que la tierra es uno de los caminos para el flujo de la corriente eléctrica. La corriente eléctrica puede fluir hacia el suelo a través del sistema de puesta a tierra (tapete de tierra de la subestación, puesta a tierra de los postes, etc.) y viceversa puede fluir hacia los cables de protección / neutros desde el suelo. Durante las condiciones normales de funcionamiento, algo de corriente eléctrica fluye por el suelo conductor. Esta corriente se genera generalmente por una combinación de fenómenos inductivos, conductores y capacitivos. En general, la magnitud de la corriente de tierra durante las condiciones normales de funcionamiento es comparativamente baja. Durante condiciones de funcionamiento anormales (fallas), una cantidad sustancial de corriente eléctrica puede fluir a través de la tierra. En cualquier caso, la corriente de tierra induce un voltaje a lo largo de la línea de transmisión, afectando así el rendimiento de la línea eléctrica. De hecho, la mayoría de los circuitos de transmisión aérea trifásicos están diseñados de tal manera que durante las fallas a tierra la mayor parte de la corriente de falla fluye a través de la tierra.

La distribución de la corriente en la tierra sigue un patrón complejo y no uniforme. Como resultado, el cálculo de la reactancia inductiva del camino de tierra y la inductancia mutua entre el camino de tierra y los conductores aéreos es muy complejo. En esta sección presentamos las expresiones para las impedancias en serie, derivadas por Carson [???] y Rudenberg [???]. Los resultados se han convertido al sistema métrico de unidades (o sistema inglés) y se han adaptado al sistema de dos conductores sobre la tierra, como se ilustra en la Figura 3.15. Específicamente, considere la configuración más simple de dos conductores aéreos, j y k respectivamente, paralelos a la superficie del tierra y corrientes eléctricas portadoras $\tilde{I}_j$ y yo$_k$, $\tilde{}$ respectivamente. La configuración se ilustra en la Figura 3.15ay 3.15b. Suponga que no hay otros conductores en las cercanías. Entonces el corriente a través del camino del suelo, es decir, la corriente de tierra $\tilde{I}_{mi}$, es $\tilde{I}_{mi}$ $\tilde{I}_j$ $\tilde{I}_k$. Carson [???] ha dado una solución a este problema en términos de una serie infinita compleja. A continuación se proporciona una versión convertida del resultado de Carson (convertido al sistema métrico de unidades) (solo se conservan los primeros términos de la serie infinita). Específicamente, el voltaje inducido a lo largo del conductor a es:

$$\tilde{V}_a \quad r_a \qquad j\frac{}{2}\text{en}\frac{D'_{\text{Automóvil club británico}}}{D} \quad (PAG_{\text{Automóvil club británico}} \quad jQ_{aa)}\tilde{I}_a \quad j \quad \frac{}{2}\text{en}\frac{D'_{ab}}{D_{ab}} \quad (PAG_{ab} \quad jQ_{ab}) \; \tilde{I}_B$$

Dónde:

r_a es la resistencia de CA del conductor a la frecuencia ω calculada de la siguiente manera:

$$r_a \quad r_{\text{corriente continua}}\frac{ka\,M_0 \quad ka}{2\;\text{METRO}_1 \quad ka}\text{pecado} \;\; _1 \;\; ka \quad _0 \;\; ka \qquad \frac{}{4} \quad \textit{ohmios / metro}$$

$k \quad \sqrt{\sigma}$ es la conductividad del conductor, y es la frecuencia angular de la corriente eléctrica.

D es el radio medio geométrico del conductor aéreo ***a***, que se calcula en términos de radio real del conductor a como sigue:

$$D \quad ae_{4}$$

dónde : $\frac{4\,METRO}{ka}\frac{0 \quad ka}{ka\,M_1 \quad ka}$ pecado $_0$ ka $\quad _1 \; ka \quad \frac{3}{4}$

$\tilde{I}_a$ es la corriente a través del conductor aéreo ***a,*** y $\tilde{I}_B$ es la corriente a través del conductor aéreo ***B.*** Los términos $PAG_{Automóvil\ club\ británico}$, $Q_{Automóvil\ club\ británico}$, PAG_{ab}, Q_{ab} se calculan en términos de series infinitas, los primeros términos de los cuales se dan a continuación:

$$PAG_{Automóvil\ club\ británico} \; \frac{}{8} \; \frac{X}{3\sqrt{2}} \; 16 \; \frac{X^2}{}(0,6728 \quad \ln)\frac{2}{X} \quad \frac{X^3}{45\sqrt{2}} \quad \frac{X^4}{1536} \; \ldots$$

$$Q_{Automóvil\ club\ británico} \; 0.0386 \;\; \text{en}\, \frac{1}{2}\, 2\, \frac{}{X} \quad \frac{X}{3\sqrt{2}} \quad \frac{X^2}{64} \quad \frac{X^3}{45\sqrt{2}} \quad \frac{X^4}{384}\,\frac{X^4}{384}\; 2\; \text{en} \frac{}{X} \; 1.0895 \quad \ldots$$

$$PAG_{ab} \frac{}{8} \quad \frac{y}{3\sqrt{2}}\,\text{porque} \quad \frac{y^2}{\text{dieciséis}}\cos 2 \;\; (0,6728 \;\; \ln)\frac{2}{y} \quad \frac{y^2}{\text{dieciséis}}\;\text{pecado2} \quad \frac{y^3}{45\sqrt{2}}\cos 3 \quad \frac{y^4}{1536}\cos 4 \quad \ldots$$

$$Q_{ab}\; 0.0386 \;\; \text{en}\, \frac{1}{2}\, 2\, \frac{}{y} \quad \frac{y}{3\sqrt{2}}\,\text{porque} \quad \frac{y^2}{64}\cos 2 \quad \frac{y^3}{45\sqrt{2}}\cos 3 \quad \frac{y^4}{384}\;\text{pecado4} \quad \frac{y^4}{384}\cos 4 \;\; (\text{en}\frac{2}{y}\; 1.0895) \quad \ldots$$

dónde:

$$X \quad k_s D_{Automóvil\ club\ británico} \; 2kh_{sa}$$

$$y \quad k_s D_{ab'}, \qquad \text{pecado}_1 \; \frac{D_{ab}}{D_{ab'}}$$

$k_s \quad \sqrt{\;}$, donde ρ es la resistividad del suelo

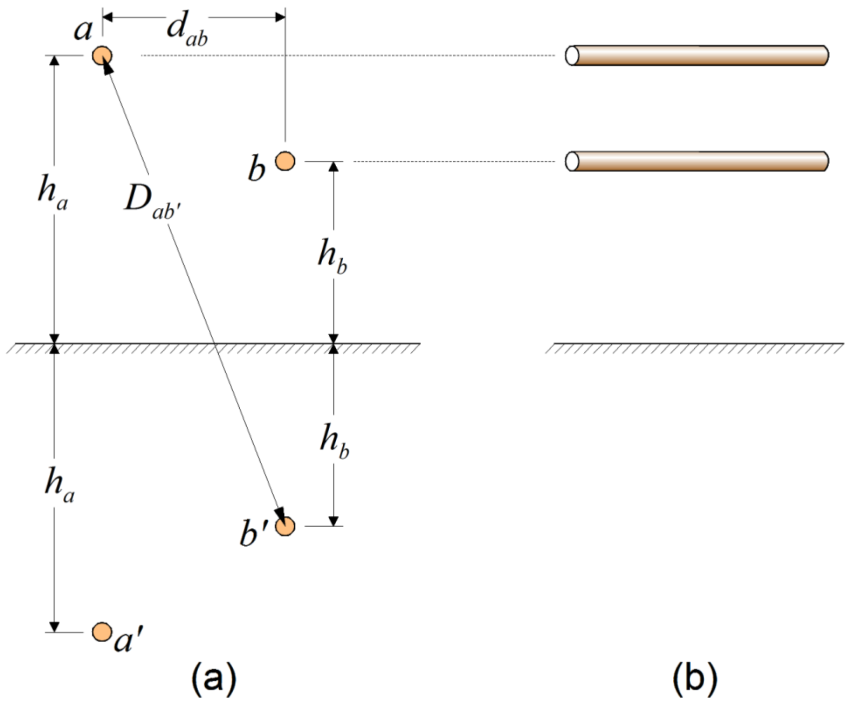


Figura 3.15: Dos conductores de potencia paralelos sobre el suelo

Tenga en cuenta que la ecuación anterior proporciona las impedancias en serie propia y mutua de cualquier conductor o cualquier par de conductores, respectivamente. Específicamente, la impedancia en serie propia del conductor a es:

$$z_{una\ serie}\quad r_a\quad j\ \frac{}{2}\ \text{en}\frac{D_{\text{Automóvil club británico}'}}{D}\ \text{——}\ (PAG\quad jQ)_{\text{Automóvil club británico Automóvil club británico}}$$

La impedancia en serie mutua entre conductores. ***a*** y ***B*** es:

$$z_{ab,\ serie}\quad j\ \frac{}{2}\ \text{en}\frac{D_{ab'}}{D_{ab}}\ \text{——}\ (PAG_{ab}\quad jQ_{a\ B})$$

Las impedancias anteriores se dan por unidad de longitud. Tenga en cuenta que estas ecuaciones se pueden repetir para cualquier conductor y cualquier par de conductores de cualquier disposición compleja de n conductores.

Método de profundidad de retorno equivalente: Este método se obtiene de la solución general (Carson [???]) presentada anteriormente si sólo se retiene el primer término de la serie infinita. Las ecuaciones básicas de este modelo se pueden establecer con la ayuda de la figura 3.15, que ilustra dos conductores horizontales sobre la tierra. Los dos conductores pueden ser las dos fases de una línea, un conductor de fase y un conductor blindado, etc. El voltaje inducido en el conductor ***a*** se expresa en términos de profundidad de retorno equivalente, $D_{mi,}$ definido por

$$D_{mi} \;\; 2160 \sqrt{\frac{}{F}} \;\; pies \;\;\; 658.368 \sqrt{\frac{}{F}} \;\; metros$$

donde ρ es la resistividad del suelo en ohmios-metros, y f es la frecuencia de la corriente eléctrica en Hz. La voltaje inducido por unidad de longitud del conductor a es

$$\tilde{V}_a \quad r_a \;\; r_{mi} \;\; j\frac{}{2} \text{en} \frac{D_{mi}}{D_a} \tilde{I}_a \quad r_{mi} \;\; j\frac{}{2} \text{en} \frac{D_{mi}}{D_{ab}} \tilde{I}_B$$

$$r_a \;\; r_{\text{corriente continua}} \frac{ka \, M_0 \;\; ka}{2 \; METRO_1 \; ka} \text{pecado} \;\; _1 \;\; ka \;\; _0 \, ka \quad \frac{}{4} \quad ohmios / metro$$

$$r_{mi} \;\; \frac{}{8}, \; k \;\; \sqrt{\text{y}} \, D_a \qquad ae^{\frac{}{4}}$$

$$\text{con} \quad \frac{4}{ka} \frac{METRO_0 \;\; ka}{M_1 \;\; ka} \text{sinorte} \;\; _0 \;\; ka \;\; _1 \;\; ka \quad \frac{3}{4}$$

a = radio del conductor ***a***
= frecuencia angular
= permeabilidad del espacio libre (4πx10-7 H / m) = conductividad del conductor

$METRO_0$, $_0$ = módulo y fase de la función de Bessel modificada de primer tipo y orden cero

$METRO_1$, $_1$ = módulo y fase de la función de Bessel modificada de primer tipo y primer orden.

La ecuación anterior proporciona la impedancia en serie propia y mutua de cualquier conductor o cualquier par de conductores, respectivamente. Específicamente, la impedancia en serie del conductor a es:

$$z_{\text{una serie}} \;\; r_a \;\; r_{mi} \;\; j\frac{}{2} \text{en} \frac{D_{mi}}{D_a}$$

La impedancia en serie mutua entre conductores. ***a*** y ***B*** es:

$$z_{ab,\, serie} \;\; r_{mi} \;\; j\frac{}{2} \text{en} \frac{D_{mi}}{D_{ab}}$$

El método anterior se denomina método de profundidad equivalente de retorno. También se la conoce muchas veces como ecuación de Carson. Esta fórmula simplificada es válida solo para resistividades de suelo habituales (20 a 500 Ohm.m) y para bajas frecuencias como la frecuencia de potencia (50 o 60 Hz), y para configuraciones habituales de líneas aéreas.

Interpretación del método de profundidad equivalente de retorno: Una interpretación física de la El método de profundidad de retorno equivalente se puede proporcionar de la siguiente manera. La profundidad equivalente, D_e, define la sección transversal del suelo debajo de la línea por donde retorna la mayor parte de la corriente eléctrica. Por ejemplo, considere el caso simple de un conductor sobre la tierra que lleva una corriente eléctrica y la corriente eléctrica regresa a través de la tierra. La corriente de retorno se esparce por el suelo y la mayor parte de la corriente regresa a la fuente a través de un semicírculo con un radio igual a la profundidad de retorno equivalente. Cuanto mayor sea la frecuencia, menor será el radio. Esta interpretación se aplica a cualquier corriente eléctrica bajo una línea multiconductora, en cuyo caso la corriente de retorno a través de la tierra será la suma negativa de todas las corrientes en los conductores de la línea. En la Figura 3.16 se proporciona una visualización de esta interpretación.

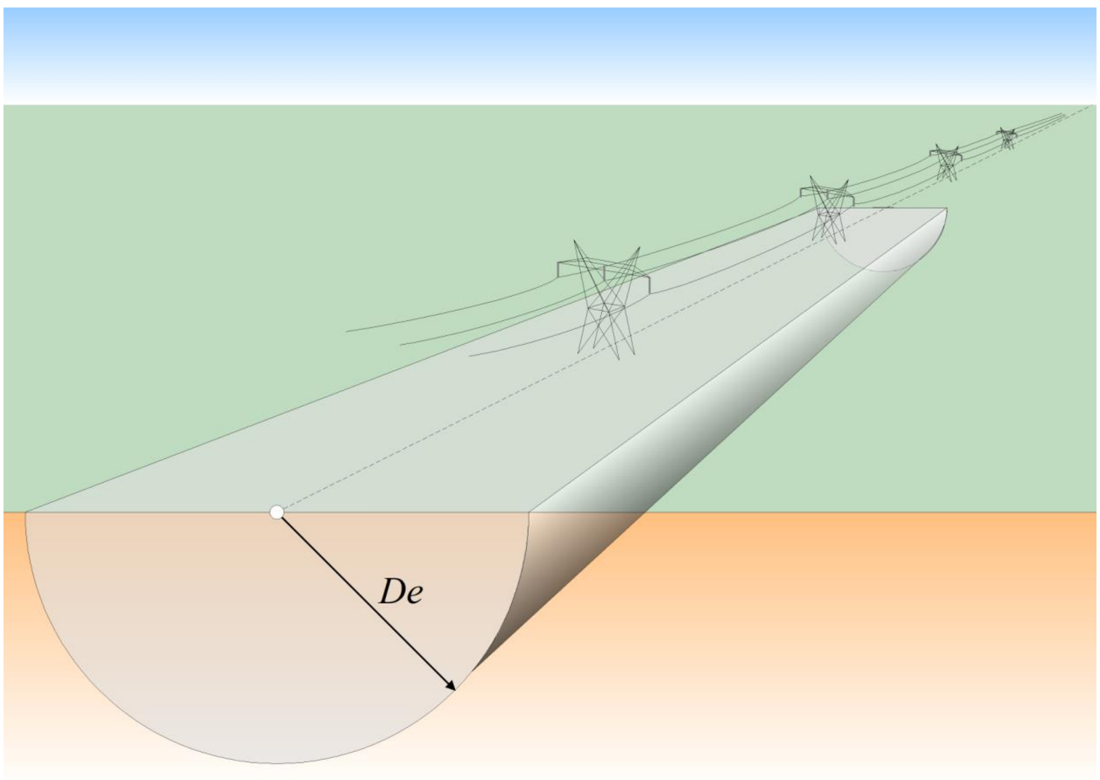


Figura 3.16: Interpretación del método de profundidad equivalente de retorno

Método complejo de profundidad de retorno: Otro método que se proporciona en forma cerrada y es notablemente preciso en un amplio rango de frecuencias es el complejo método de profundidad de retorno. Las ecuaciones básicas de este modelo se pueden establecer con la ayuda de la figura 3.15, que ilustra dos conductores horizontales sobre la tierra. Los dos conductores pueden ser las dos fases de una línea, un conductor de fase y un conductor blindado, etc. El voltaje inducido en el conductor *a* se expresa en términos de la profundidad compleja p [???] [???], definida por:

$$pag \quad \frac{1.0}{\sqrt{j \quad /}}$$

donde ρ es la resistividad del suelo. El voltaje inducido por unidad de longitud del conductor a es

$$\tilde{V} \quad \frac{}{2} \quad \frac{}{D} \quad \tilde{} \quad \frac{}{2} \quad \frac{\sqrt{\quad}}{\sqrt{(h_a\ h)^2_B\ D^2_{ab}}} \quad \tilde{}$$

$$r_a \quad r_{\text{corriente continua}} \frac{ka\ M_0\ ka}{2\ METRO_1\ ka} \text{ pecado}_1 \quad ka \quad {}_0 ka \quad \text{ohmios / metro} \quad \frac{}{4}$$

$$k \quad \sqrt{\quad}, \text{ un} D \quad D_a \quad ae \quad \frac{}{4}$$

$$\text{con} \quad \frac{4\ METRO_0\ ka}{ka\ M_1\ ka} \text{ pecado}_0\ ka \quad {}_1\ ka \quad \frac{3}{4}$$

Dónde:

h_a , h_B = alturas de los conductores ayb sobre el suelo (metros)

D_{ab} = separación horizontal entre conductores ***a*** y ***B*** (metros)

a = radio del conductor ***a*** (metros) =
frecuencia angular (rad / s)
= permeabilidad del espacio libre (4πx10-7H / m)
= conductividad del conductor (S / m) =
resistividad del suelo (Ωm)

$METRO_0$, $_0$ = módulo y fase de la función de Bessel modificada de primer tipo y orden cero.

$METRO_1$, $_1$ = módulo y fase de la función de Bessel modificada de primer tipo y primer orden.

La ecuación anterior proporciona la impedancia en serie propia y mutua de cualquier conductor o cualquier par de conductores, respectivamente. Específicamente, la impedancia del conductor en serie ***a*** es:

$$Z_{a, \text{serie}} \quad r \quad r_{mi} \quad j \quad \frac{}{2} \text{ en} \frac{2\ (h_a \quad pag)}{D}$$

La impedancia en serie mutua entre conductores. ***a*** y ***B*** es:

$$z_{\text{serie } ab} \quad r_{mi} \quad j \quad \frac{}{2} \text{ en} \frac{\sqrt{(h_a \quad h_B\ 2pag)^2 \quad D^2_{ab}}}{\sqrt{(h_a \quad h_B)^2 \quad D^2_{ab}}}$$

El método anterior se llama *método complejo de profundidad de retorno* que es una aproximación de forma cerrada a la solución de Carson y fue sugerida por Semlyen y Deri [???]. Esta solución de forma cerrada produce un acuerdo notablemente cercano con la solución exacta de Carson en una amplia gama de frecuencias (0 a 10 MHz) para configuraciones típicas de líneas aéreas.

Resumen de los tres métodos: Tenga en cuenta que cada uno de los tres métodos presentados proporciona la impedancia propia y mutua de dos conductores paralelos sobre la tierra. Estos resultados se pueden generalizar fácilmente a una configuración de n conductores sobre el suelo considerando dos conductores a la vez. Específicamente, la impedancia en serie de una línea de alimentación de n conductores es proporcionada por

$$Z \quad R \quad j \quad L \qquad \begin{matrix} R_{11} \;\; jX_{11} & R_{12} \;\; jX_{12} & \\ & & \\ R_{\text{norte}1} \;\; jX_{\text{norte}1} & R_{\text{norte}2} \;\; jX_{\text{norte}2} & R_{nn} \;\; jX_{nn} \end{matrix}$$

Los elementos de la matriz anterior se pueden calcular con cualquiera de los tres métodos presentados.

Ejemplo E3.2: Considere la línea de energía eléctrica trifásica de la Figura E3.2. Los conductores de fase son ACSR, 556,500 cm, 26 hilos. La línea no tiene un cable de tierra aéreo. La resistividad del suelo ρ es 75 Ωm. Calcule las matrices de resistencia e inductancia de esta línea.
utilizando: (a) La profundidad de retorno equivalente, (b) El método complejo de profundidad de retorno.

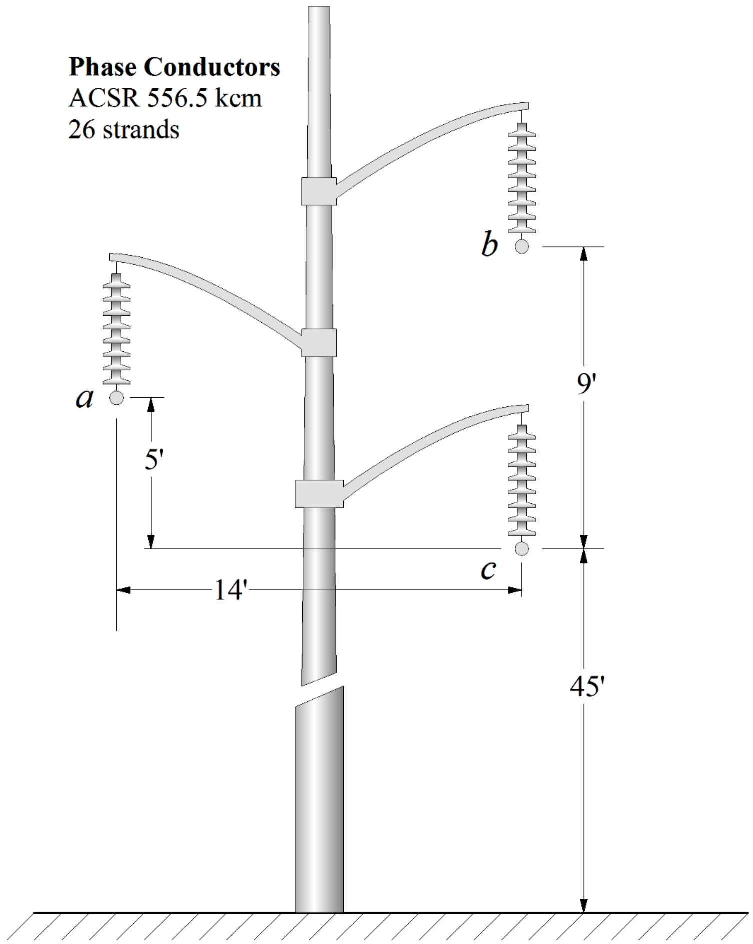


Figura E3.2

Solución: (a) La impedancia en serie de la línea que utiliza el método de profundidad de retorno equivalente es:

$$R \quad j\,L \quad \begin{matrix} r \quad r_{mi} & r_{mi} & r_{mi} \\ r_{mi} & r \quad r_{mi} & r_{mi} \\ r_{mi} & r_{mi} & r r_{mi} \end{matrix} \quad j\frac{}{2} \begin{matrix} \text{en}\frac{D_{mi}}{D_{\text{Automóvil club británico}}} & \text{en}\frac{D_{mi}}{D_{ab}} & \text{en}\frac{D_{mi}}{D_{C.A}} \\ \text{en}\frac{D_{mi}}{D_{\text{licenciado en Letras}}} & \text{en}\frac{D_{mi}}{D_{\text{cama y desayuno}}} & \text{en}\frac{D_{mi}}{D_{\text{antes de Cristo}}} \\ \text{en}\frac{D_{mi}}{D_{\text{California}}} & \text{en}\frac{D_{mi}}{D_{cb}} & \text{en}\frac{D_{mi}}{D_{cc}} \end{matrix}$$

De las tablas de conductores ACSR obtener los siguientes parámetros del conductor:

Resistencia del conductor a 60 Hz, r = 0,1611 Ω / milla = 0,0001 Ω / m.
Radio medio geométrico del conductor: 0,0315 pies.

Además,

$$D_{mi} \quad 2{,}160\sqrt{\frac{75}{60}} \quad 2{,}415 \; pie$$

$D_{ab} \quad D_{\text{licenciado en Letras}}$ 14.56 $ft\; d_{C.A} \quad D$

$_{\text{California}}$ 14,87 $ft\; d_{\text{antes de Cristo}} \quad D_{cb}$ 9.0 $ft\; d$

$_{\text{Automóvil club británico}} \quad D_{\text{cama y desayuno}} \quad D_{cc}$

0.0315 *pie*

Tras la sustitución en la fórmula de matriz de impedancia anterior:

$$R \quad j\,L \quad 10^{-3}\begin{matrix} 0{,}159 & 0{,}059 & 0{,}059 \\ 0{,}059 & 0{,}159 & 0{,}059 \\ 0{,}059 & 0{,}059 & 0{,}159 \end{matrix} \quad j10^{-3}\begin{matrix} 0{,}8478 & 0{,}3853 & 0{,}3838 \\ 0{,}3853 & 0{,}8478 & 0{,}4215 \\ 0{,}3838 & 0{,}4215 & 0{,}8478 \end{matrix} \qquad Ohmios\,/\,metro$$

(b) La impedancia en serie de la línea que utiliza el método complejo de profundidad de retorno es:

$$R \quad j\,L \quad \begin{matrix} Z_{\text{una serie}} & Z_{ab,\,serie} & Z_{ac,\,serie} \\ Z_{ba,\,serie} & Z_{B,serie} & Z_{\text{antes de Cristo, serie}} \\ Z_{ca,\,serie} & Z_{cb,\,serie} & Z_{C,serie} \end{matrix}$$

Dónde:

$$Z_{I,serie} \quad r_I \quad j\frac{}{2}\,\text{en}\frac{2\,(h_I \quad pag)}{D}, I \quad a\,, \;_{\text{antes de Cristo}} \; y$$

$$Z_{ik,\,serie} \quad j \quad \frac{}{2} \,\text{en} \frac{\sqrt{(h_I \quad h_k \; 2pag)^2 \quad D^2_{Ik}}}{\sqrt{(h_I \quad h_k)^2 \quad D^2_{ik}}} \; ik \quad ab,\, bc, \qquad \text{California}$$

$$\text{dónde: } pag \quad \frac{1.0}{\sqrt{j \qquad l}}$$

Tras la sustitución se obtiene:

$$pag \quad 281.349 \quad j281.349 \, metro$$

y:

$$R \quad j\,L \quad 10^{2} \begin{bmatrix} 0{,}157 & 0{,}057 & 0{,}057 \\ 0{,}057 & 0{,}157 & 0{,}057 \\ 0{,}057 & 0{,}057 & 0{,}158 \end{bmatrix} \quad j10^{3} \begin{bmatrix} 0{,}8559 & 0{,}3906 & 0{,}3876 \\ 0{,}3906 & 0{,}8561 & 0{,}4034 \\ 0{,}3876 & 0{,}4034 & 0{,}8557 \end{bmatrix} \qquad \text{Ohmios / metro}$$

Comparando los resultados de (a) y (b) parece que son notablemente cercanos.

3.2.3 Capacitancia

En esta sección discutimos métodos mediante los cuales se puede calcular la capacitancia de una línea de transmisión. Para ello empleamos un enfoque análogo al que se utiliza para calcular la reactancia inductiva de una línea de transmisión. Recuerde que para el cálculo de la reactancia inductiva, se examinó el campo magnético alrededor de la línea de transmisión. Para el cálculo de la capacitancia de la línea, se examinará el campo eléctrico alrededor de la línea. La fuente de este campo eléctrico es la carga eléctrica, que se deposita en la superficie de los conductores de línea. El análisis del campo eléctrico da como resultado un modelo que relaciona la carga eléctrica y la tensión del conductor. La derivada en el tiempo de la carga eléctrica total en la superficie de los conductores es, por definición, la corriente capacitiva (o la corriente de carga) de la línea. Utilizando esta definición, el modelo se puede transformar en una relación entre el voltaje de línea y la corriente capacitiva. La capacitancia de la línea se puede extraer de este modelo.

Este enfoque general se utilizará para introducir el análisis de fenómenos capacitivos en líneas en un procedimiento paso a paso. Específicamente, primero se examinará el caso más simple de un solo conductor circular para establecer las ecuaciones básicas. Luego, el análisis se extenderá a dos conductores paralelos y la configuración general de línea de n conductores.

3.2.3.1 Ecuaciones básicas de campo eléctrico alrededor de un conductor

Considere el caso simple de un conductor circular infinitamente largo. Supondremos que el conductor está cargado eléctricamente y buscaremos la relación entre la carga eléctrica y el voltaje del conductor. Específicamente, suponga que el conductor está cargado con una carga eléctrica q (culombios por metro). Debido a la simetría, la carga eléctrica será uniformemente distribuidos en la superficie del conductor. La carga eléctrica genera un campo eléctrico alrededor del conductor. Debido a la simetría, la intensidad del campo eléctrico E se dirigirá radialmente y la magnitud dependerá únicamente de la distancia del punto de observación desde el eje del conductor, como se ilustra en la Figura 3.17:

$$mi \quad Era_r \qquad (3,13)$$

Dónde a_r es un vector unitario en la dirección radial r.

Considere un cilindro de longitud y bases circulares de radio r. El eje del cilindro coincide con el eje del conductor, como se ilustra en la Figura 3.17. Sea S la superficie de el cilindro y V su volumen. La aplicación de la ley de Gauss produce:

$$\underset{V}{dv} \quad \underset{S}{\vec{D}.d\vec{s}} \quad \underset{S}{E.d\vec{s}} \quad \vec{} \qquad (3,14)$$

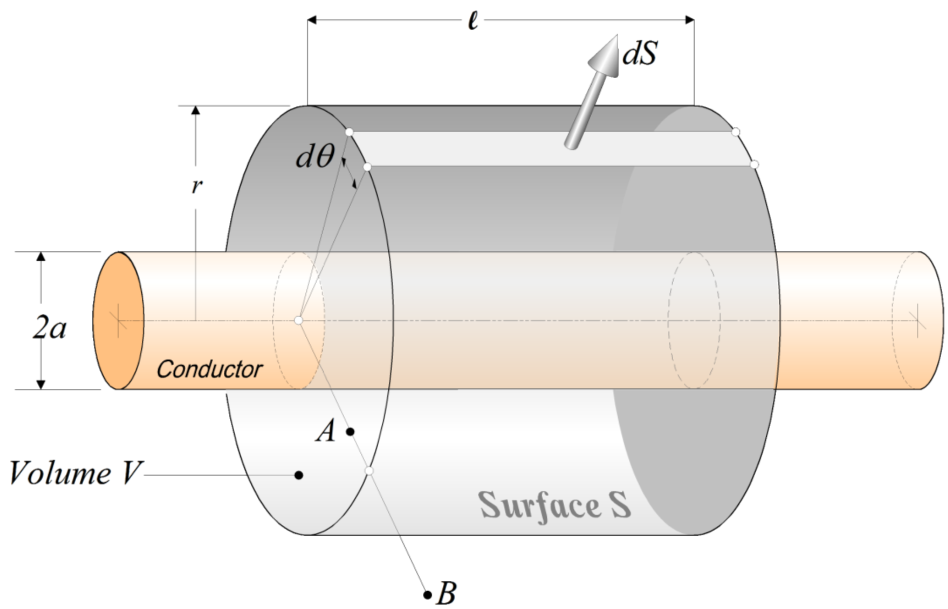


Figura 3.17: Un conductor circular infinitamente largo

dónde

= densidad de carga eléctrica, Cm_3

$\vec{E}$ = intensidad del campo eléctrico

$\vec{D}$ = densidad de campo eléctrico

dv = volumen infinitesimal

$d\vec{s}$ = vector de área de superficie infinitesimal

La integral de volumen de la densidad de carga eléctrica dentro del volumen del cilindro es igual a la carga eléctrica total encerrada en el volumen. Se puede calcular inmediatamente observando que la carga eléctrica existe solo en la superficie del conductor a una densidad de q culombios por metro. Por lo tanto

$$\int_V dv \quad q\,\ell$$

La integral de superficie en el lado derecho de la ecuación (3.14) se calcula de la siguiente manera:

$$\int_S D.ds \quad \int_{S_1} D.ds \quad \int_{S_2} D.ds \quad \int_{S_3} D.ds$$

donde S_1, S_2 son las bases del cilindro y S_3 es la superficie lateral del cilindro. Tenga en cuenta que debido a que el campo eléctrico está dirigido radialmente, las contribuciones de las bases del cilindro serán desaparecer, es decir,

$$\int_{S_1} D.ds \quad \int_{S_2} D.ds \quad 0.0$$

Como se ha discutido, la magnitud de la intensidad del campo eléctrico *mi* y por lo tanto *D* es un función de la distancia radial r solamente. Así en la s urface S_3, la magnitud de la densidad del campo eléctrico, D (r), es constante. Además, el vector *D* es perpendicular a la superficie S y por lo tanto 3

Paralelo a *ds.* Por lo tanto

$$\int_{S_3} D.ds \quad 2\, r\, Dr)$$

Sustitución en Eq. (4.2) rendimientos

$$q \quad 2\, r\, Dr) \quad 2\, r\ \ E\,(r)$$

En la ecuación anterior usamos la relación constitutiva: D (r) = E (r). Solución de la ecuación anterior para E (r) produce:

$$E\,(r) \quad \frac{q}{2\ \ r} \qquad (3,15)$$

El campo eléctrico dentro del conductor es cero.

La intensidad del campo eléctrico calculada proporciona la base para el cálculo de la diferencia de potencial entre dos puntos A y B cualesquiera. Esta diferencia es el voltaje VAB entre el punto A y B, definido por:

$$V_{AB} \quad (A) \quad (B) \quad \int_{C_{AB}} E\,(r)\,.d\vec{\ell}$$

El valor de la integral anterior depende solo de los puntos A y B (se anima al lector a probar eso). Evaluación de los rendimientos integrales:

$$V_{AB} \quad \int_{C_{AB}} E(r).D \quad \frac{q}{2} \ln \frac{D_B}{D_A} \qquad (3,16)$$

dónde: D_A y d_B son las distancias de los puntos A y B respectivamente desde el eje de la conductor.

La ecuación (3.16) relaciona la carga eléctrica en el conductor con la diferencia de potencial entre dos puntos ubicados a distancias radiales D_A y d_B, respectivamente, desde el eje del conductor. La ecuación (3.16) es la ecuación básica utilizada en el análisis de la capacitancia de la línea de transmisión.

3.2.3.2. Ecuaciones capacitivas de una línea multiconductora

Considere una configuración de n conductores que son paralelos e infinitamente largos. La sección transversal del conductor es circular. La figura 3.18 muestra una sección transversal de la configuración. Asumir que La carga eléctrica qi (t) por unidad de longitud se ha acumulado en la superficie del conductor i, que se distribuye uniformemente sobre la superficie del conductor. Como primer paso, consideramos el potencial del conductor i con respecto a un punto de referencia X seleccionado arbitrariamente, que se ilustra en la figura 3.18. Para este propósito, el principio de superposición y los resultados de la sección 3.2.3.2 son empleado para ceder

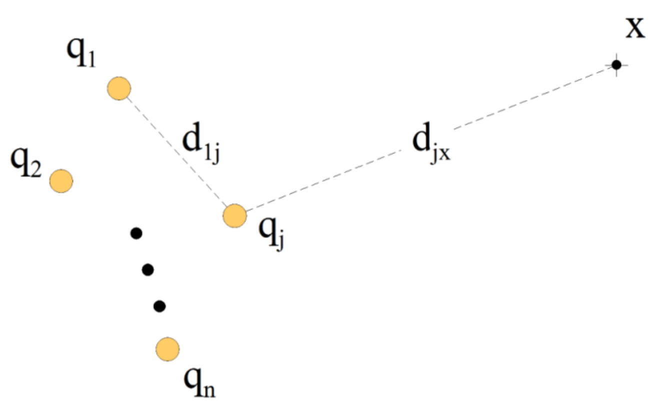


Figura 3.18: Configuración general de conductores n-paralelos

$$V_{ix}(t) \quad I(\quad t) \quad x(t) \quad \frac{1}{2} \sum_{j\,1}^{norte} q_j(t) \text{ en} \frac{D_{jx}}{D_{ij}} \qquad (3,17)$$

dónde

d_{ij} = distancia entre los ejes de los conductores ia nd j

D_{jx} = distancia entre el eje del conductor j y el punto X